**FALKE**Funktionales Denken und Analysis  
Lernen von Konzepten in der Einführungsphase

# Test zum Ende der Einführungsphase

BOGEN

**A**

Damit wir alle Auswertungen anonymisiert vornehmen können, gib uns bitte zunächst folgende Informationen:

- Den 3. Buchstaben des Vornamens deiner Mutter,
- den 2. Buchstaben deines Vornamens,
- den 2. Buchstaben deines Nachnamens,
- den Tag deiner Geburt ohne Monat und Jahr

**Hier ein Beispiel:**

ANna MÜller hat am **14.7.** Geburtstag und ihre Mutter heißt PeTra. Sie gibt daher an:

3. Buchstabe des Vornamens der Mutter:	<b>T</b>
2. Buchstabe des eigenen Vornamens:	<b>N</b>
2. Buchstabe des eigenen Nachnamens:	<b>Ü</b>
Tag der Geburt ohne Monat und Jahr:	<b>14</b>

**Nun deine Daten:**

3. Buchstabe des Vornamens der Mutter:	
2. Buchstabe des eigenen Vornamens:	
2. Buchstabe des eigenen Nachnamens:	
Tag der Geburt ohne Monat und Jahr:	

**Bitte beantworte nun noch Folgendes:**

Dein Geschlecht:	<input type="checkbox"/> männlich				<input type="checkbox"/> weiblich	
Deine letzte Zeugnisnote in Mathematik:	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 6

**Bitte beachte beim Test:**

- Der Test soll dir und deiner Lehrerin / deinem Lehrer helfen, deine Vorkenntnisse für die nun begonnene Oberstufe besser einschätzen zu können.
- Du darfst keine technischen Hilfsmittel benutzen, also insbesondere auch **keinen Taschenrechner**.
- Bitte bearbeite jede Aufgabe direkt auf der Seite, auf der sie gestellt wurde.
- Du musst die Aufgaben nicht in der Reihenfolge bearbeiten wie sie in diesem Bogen angeordnet sind.
- Bitte benutze keinen Bleistift, sondern arbeite ausschließlich mit Kugelschreiber oder Füller (auch in Zeichnungen).
- Du hast insgesamt 45 Minuten Zeit. Versuche dir die Zeit einzuteilen und jede Aufgabe zu bearbeiten.



Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung - Nicht-kommerziell - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International Lizenz. Für einzelne Items gelten ggfs. andere Nutzungsrechte (s. Nachweise).  
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Version 1.1  
16.05.2017  
Autor: Marcel Klinger  
[www.falke-test.de](http://www.falke-test.de)

**Nachweise:**

Item D6LG	Abgewandelt entnommen aus: Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (MSW NRW) (o.J.): Hilfsmittelfreier Teil: Beispielaufgabe 2 zur Analysis. Abrufbar unter <a href="http://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/cms/upload/zentrale_klausuren/Beispielaufgabe_2_Analysis.pdf">http://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/cms/upload/zentrale_klausuren/Beispielaufgabe_2_Analysis.pdf</a>
Item Z8PC	Abgewandelt entnommen aus: Klieme, E. (2000). Fachleistungen im voruniversitären Mathematik- und Physikunterricht: Theoretische Grundlagen, Kompetenzstufen und Unterrichtsschwerpunkte. In J. Baumert, W. Bos & R. Lehmann (Hrsg.), <i>TIMSS/III: Dritte Internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie – Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn</i> (Kap. 2, Bd. 1, S. 57– 128). Opladen: Leske+Budrich. S. 88
Item V3RK	Abgewandelt entnommen aus: Moormann, M. (2009). <i>Begriffliches Wissen als Grundlage mathematischer Kompetenzentwicklung: Eine empirische Studie zu konzeptuellen und prozeduralen Aspekten des Wissens von Schülerinnen und Schülern zum Ableitungsbegriff</i> (Dissertation, Ludwigs-Maximilians-Universität München, München). S. 79
Item S3AB	Abgewandelt entnommen aus: Ubuz, B. (2007). Interpreting a graph and constructing its derivative graph: stability and change in students' conceptions. <i>International Journal of Mathematical Education in Science and Technology</i> , 38(5), 609–637. S. 614
Item N1FR	Abgewandelt entnommen aus: Griesel, H., Grundlach, A., Postel, H. & Suhr, F. (Hrsg.) (2014). <i>Elemente der Mathematik EdM: Nordrhein-Westfalen / Einführungsphase</i> . Braunschweig: Schroedel. S. 16

## Aufgabe 1/16

Vermerk: H4AB

Bestimme jeweils die Ableitungsfunktion.

(a)  $f(x) = 3x^3 + 2x^2 - 3x - 4$

Antwort:  $f'(x) =$

(b)  $g(x) = 2$

Antwort:  $g'(x) =$

(c)  $h(x) = x^n$  mit einer natürlichen Zahl  $n$

Antwort:  $h'(x) =$

## Aufgabe 2/16

Vermerk: B3XZ

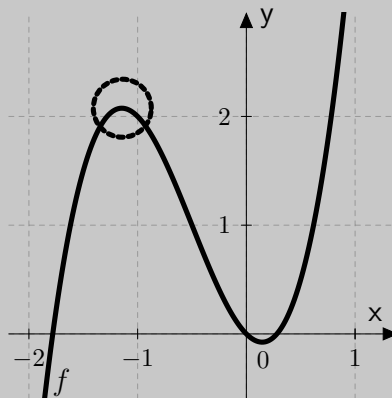
Bestimme den Scheitelpunkt der Parabel  $f(x) = x^2 + 2x + 1$ . Deine Rechnung kannst du unten ausführen.

Antwort:

### Aufgabe 3/16

Vermerk: W7CK

Unten siehst du den Graph einer Funktion  $f$ . Stell dir vor, du zoomst unendlich nah an die Stelle des Graphen heran, die durch den Mittelpunkt des dargestellten Kreises verläuft.



Kreuze an, wie der Graph in dem Bereich aussehen würde!

☐ (a)

☐ (b)



Begründe deine Antwort im folgenden Textfeld.

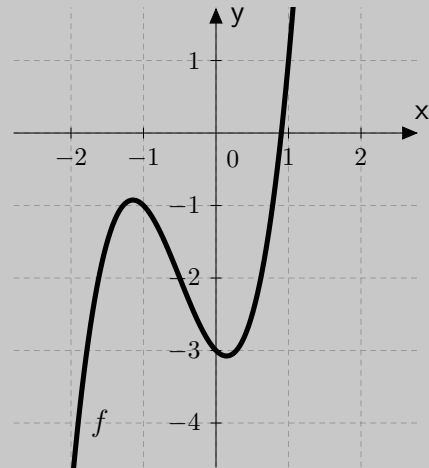
## Aufgabe 4/16

Vermerk: U3PT

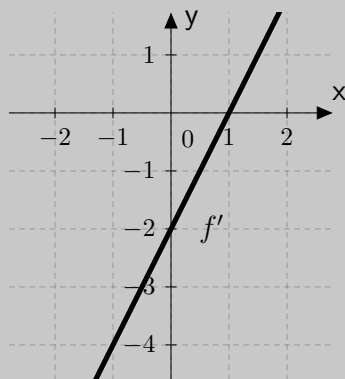
Rechts siehst du den Graph einer Funktion  $f$ .

Bei welchem der vier unten abgebildeten Graphen handelt es sich um den der Ableitungsfunktion  $f'$  von  $f$ ?

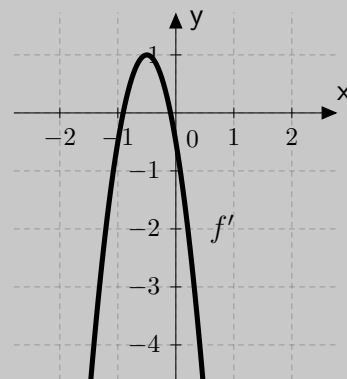
Kreuze genau ein Kästchen an!



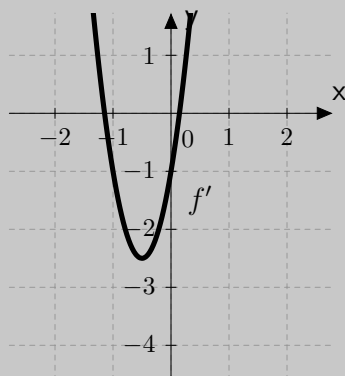
☐ (a)



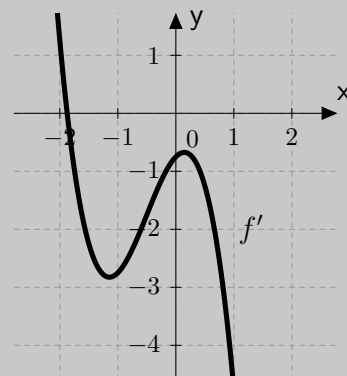
☐ (b)



☐ (c)



☐ (d)



## Aufgabe 5/16

Vermerk: G6UI

Ein Computer beginnt zum Zeitpunkt  $t = 0$  eine Datei aus dem Internet herunterzuladen. Die heruntergeladene Datenmenge zum Zeitpunkt  $t$  ( $t \geq 0$ ) soll durch eine der folgenden Funktionen angenähert werden. Welche Funktion passt am besten? Kreuze genau eine an!

☐  $f(t) = 4t + 1$

☐  $f(t) = 4t$

☐  $f(t) = -4t$

☐  $f(t) = 4t^2 + 1$

☐  $f(t) = 4t^2$

☐  $f(t) = -4t^2 + 1$

## Aufgabe 6/16

Vermerk: M8PL

Wir betrachten die Funktion  $f(x) = x^3 + 2x^2 + 2$ .

- (a) Wie muss der Term einer Funktion  $g(x)$  lauten, wenn ihr Graph genauso aussehen soll wie der von  $f(x)$ , nur **um eine Einheit nach links** verschoben?

Antwort:  $g(x) =$

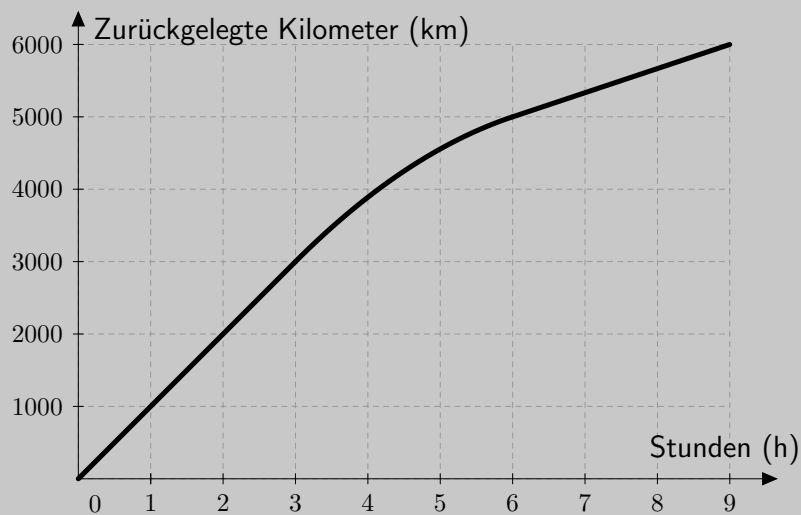
- (b) Wie muss der Term einer Funktion  $h(x)$  lauten, wenn ihr Graph genauso aussehen soll wie der von  $f(x)$ , nur **um eine Einheit nach oben** verschoben?

Antwort:  $h(x) =$

## Aufgabe 7/16

Vermerk: Y2VK

Die untenstehende Grafik stellt die zurückgelegte Entfernung (in Kilometern) eines Flugzeugs in Abhängigkeit von der Zeit (in Stunden) dar. Der Beginn des Flugs war um 10:00 Uhr.



Wie hoch ist die durchschnittliche Geschwindigkeit des Flugzeugs über den dargestellten Zeitraum von 9 Stunden?

- |                                             |                                             |
|---------------------------------------------|---------------------------------------------|
| (a) <input type="checkbox"/> Etwa 333 km/h  | (d) <input type="checkbox"/> Etwa 1333 km/h |
| (b) <input type="checkbox"/> Etwa 666 km/h  | (e) <input type="checkbox"/> Etwa 1666 km/h |
| (c) <input type="checkbox"/> Etwa 1000 km/h | (f) <input type="checkbox"/> Etwa 2000 km/h |

Wie hoch ist die momentane Geschwindigkeit des Flugzeugs um 12:00 Uhr?

- |                                             |                                             |
|---------------------------------------------|---------------------------------------------|
| (a) <input type="checkbox"/> Etwa 333 km/h  | (d) <input type="checkbox"/> Etwa 1333 km/h |
| (b) <input type="checkbox"/> Etwa 666 km/h  | (e) <input type="checkbox"/> Etwa 1666 km/h |
| (c) <input type="checkbox"/> Etwa 1000 km/h | (f) <input type="checkbox"/> Etwa 2000 km/h |

Wie hoch ist die momentane Geschwindigkeit des Flugzeugs um 18:00 Uhr?

- |                                            |                                            |
|--------------------------------------------|--------------------------------------------|
| (a) <input type="checkbox"/> Etwa 111 km/h | (d) <input type="checkbox"/> Etwa 444 km/h |
| (b) <input type="checkbox"/> Etwa 222 km/h | (e) <input type="checkbox"/> Etwa 555 km/h |
| (c) <input type="checkbox"/> Etwa 333 km/h | (f) <input type="checkbox"/> Etwa 666 km/h |

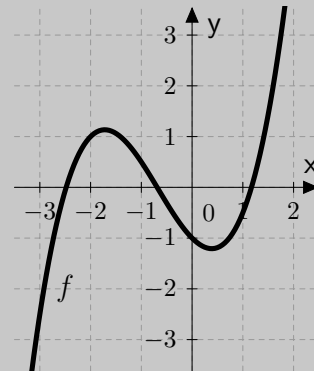
## Aufgabe 8/16

Vermerk: O5ZG

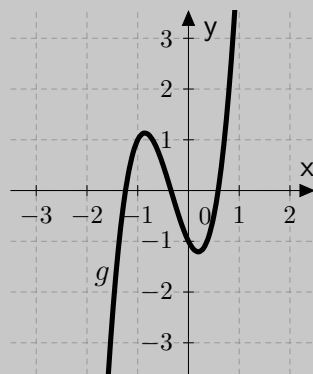
Rechts siehst du den Graph einer Funktion  $f$ .

Bei welchem der vier unten abgebildeten Graphen handelt es sich um den Graphen der Funktion  $g(x) = 2 \cdot f(x)$ ?

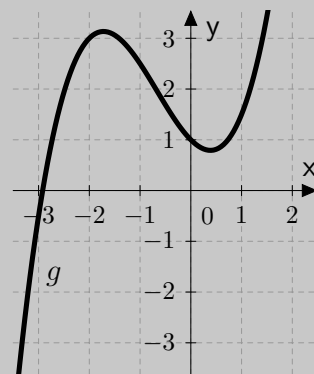
Kreuze genau ein Kästchen an!



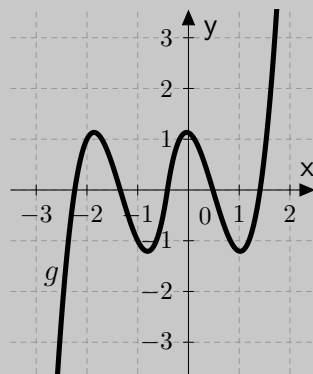
☐ (a)



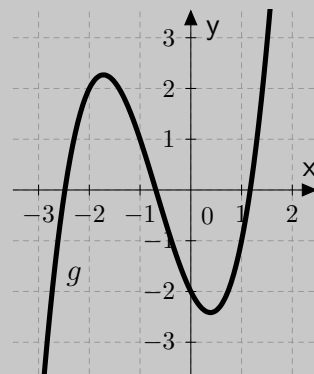
☐ (b)



☐ (c)



☐ (d)

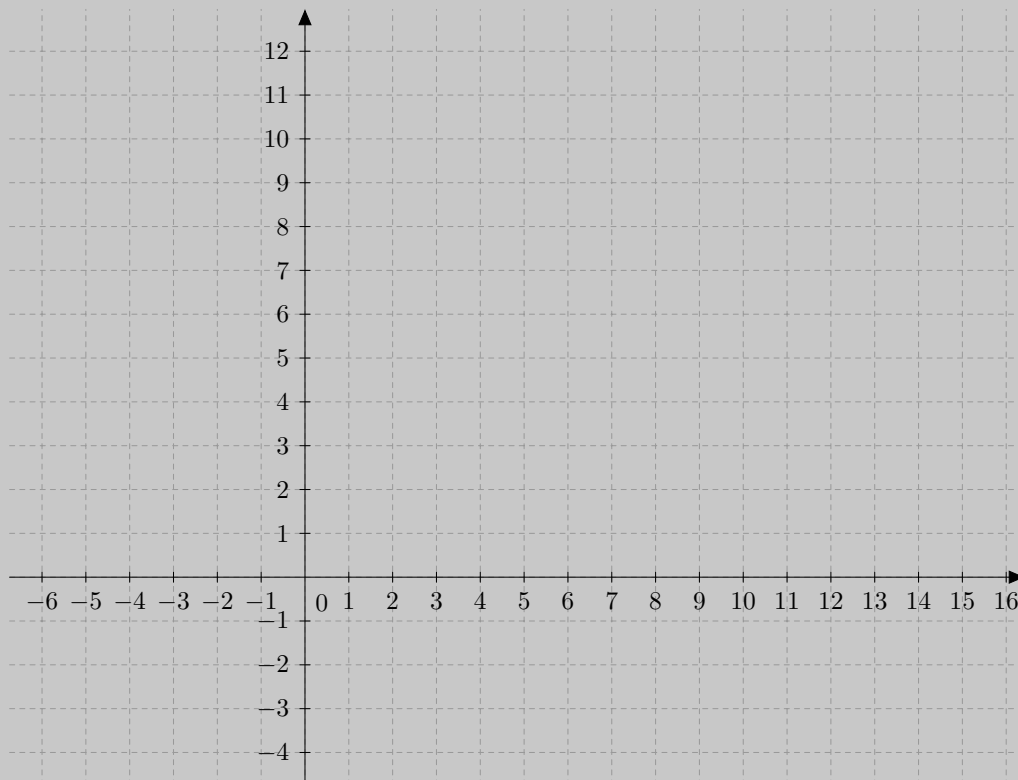
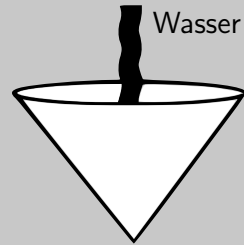




## Aufgabe 9/16

Vermerk: J9SE

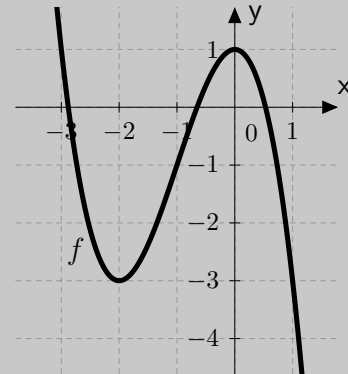
Ein kegelförmiges, 9 Zentimeter hohes Behältnis wird über einen gleichmäßigen Zufluss mit Wasser befüllt. Nach 6 Sekunden ist der Kegel gefüllt. Zeichne einen Graphen, der die Füllhöhe in Abhängigkeit von der Zeit darstellt.



## Aufgabe 10/16

Vermerk: D6LG

Rechts siehst du den Graph der Funktion  
 $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 1$ .



- (a) Entscheide, ob der Graph der Ableitungsfunktion  $f'$  eine nach oben oder nach unten geöffnete Parabel ist.

☐  $f'$  ist **nach oben** geöffnet.

☐  $f'$  ist **nach unten** geöffnet.

Begründe deine Antwort im folgenden Textfeld.

- (b) Gib **alle** möglichen Werte für die Zahl  $c \in \mathbb{R}$  an, so dass die Funktion  $g$  mit der Gleichung  $g(x) = f(x) + c$  genau zwei Nullstellen besitzt. Begründe deine Angabe.

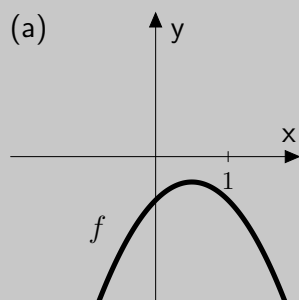
## Aufgabe 11/16

Vermerk: Z8PC

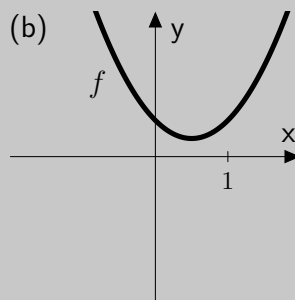
Bei welchem der folgenden Graphen von Funktionen  $f$  hat die Ableitungsfunktion  $f'$  jeweils die genannten Eigenschaften. Kreuze für jede Funktion  $f$  die zutreffenden Eigenschaften an!

Es kann auch sein, dass **mehrere** oder **keine** der Eigenschaften zutreffen!

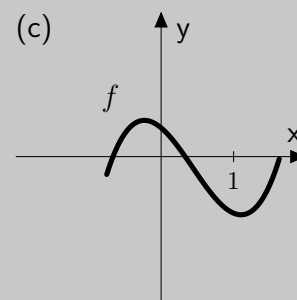
Dargestellt ist immer die Funktion  $f$  selbst, die Eigenschaften beziehen sich auf ihre Ableitungsfunktion  $f'$ .



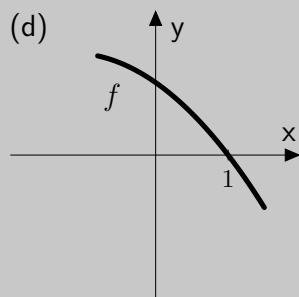
- ☐  $f'(0) > 0$   
☐  $f'(1) < 0$   
☐  $f'(x)$  ist immer negativ



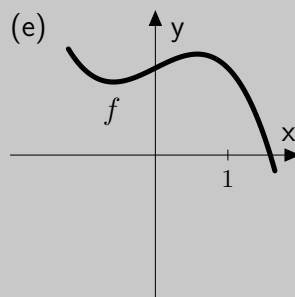
- ☐  $f'(0) > 0$   
☐  $f'(1) < 0$   
☐  $f'(x)$  ist immer negativ



- ☐  $f'(0) > 0$   
☐  $f'(1) < 0$   
☐  $f'(x)$  ist immer negativ



- ☐  $f'(0) > 0$   
☐  $f'(1) < 0$   
☐  $f'(x)$  ist immer negativ

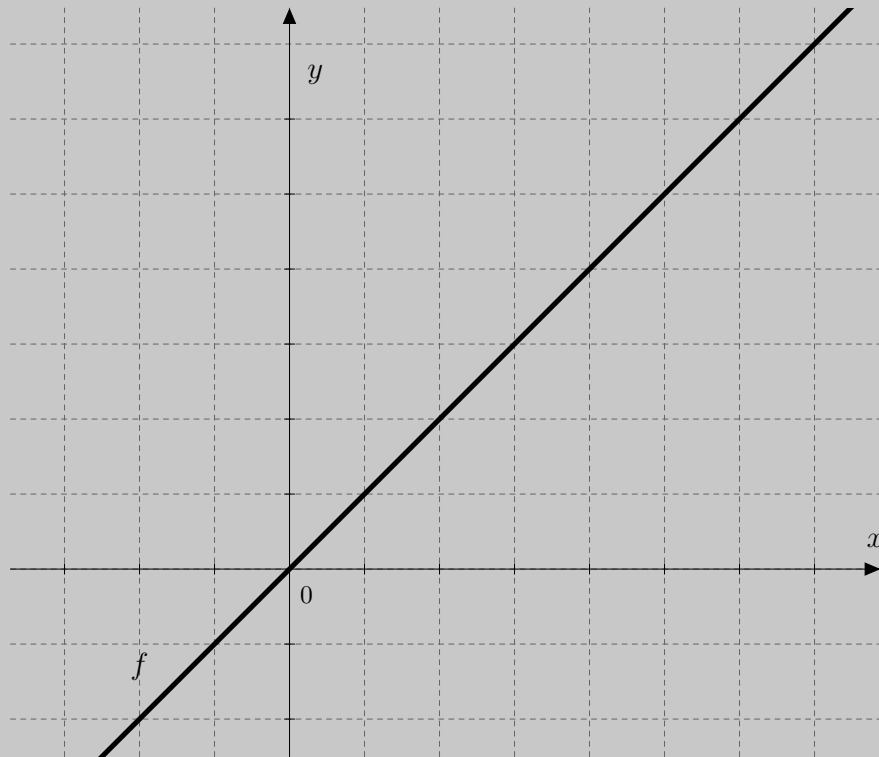


- ☐  $f'(0) > 0$   
☐  $f'(1) < 0$   
☐  $f'(x)$  ist immer negativ

## Aufgabe 12/16

Vermerk: A5CW

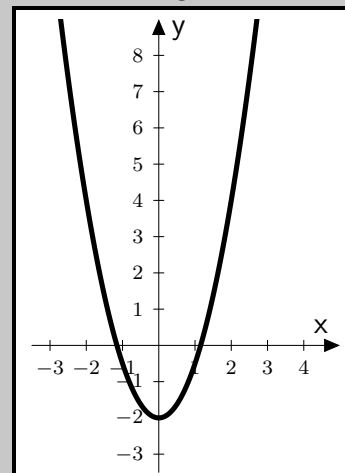
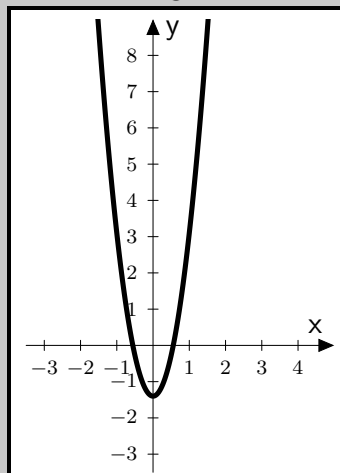
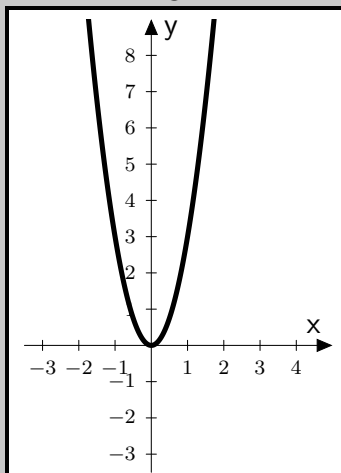
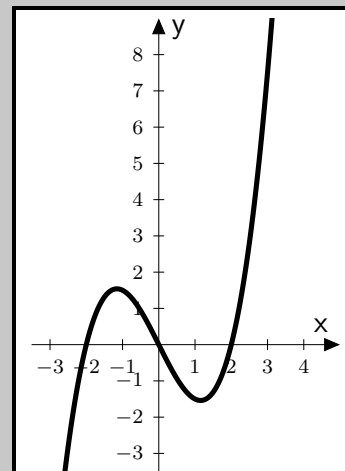
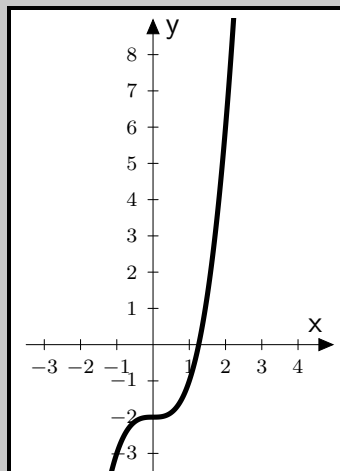
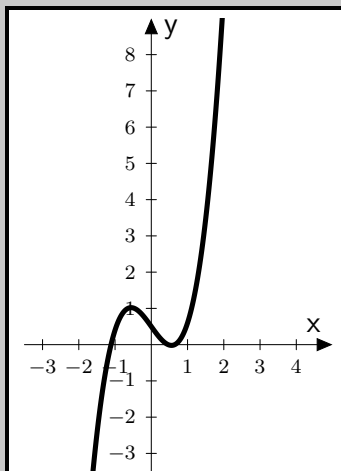
Beschrifte die Koordinatenachsen so, dass die Gerade  $f(x) = 3x$  dargestellt wird.



## Aufgabe 13/16

Vermerk: V3RK

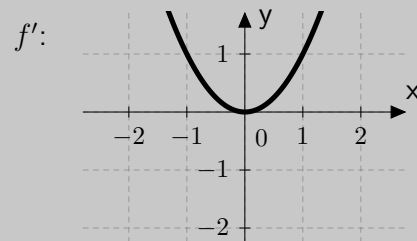
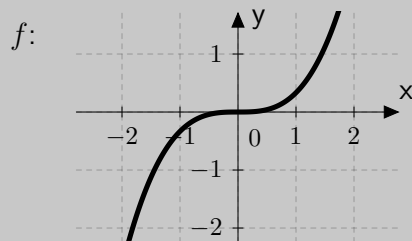
Verbinde jeweils den Funktionsgraphen (Zeile oben) mit dem Graphen der zugehörigen Ableitungsfunktion (Zeile unten).



## Aufgabe 14/16

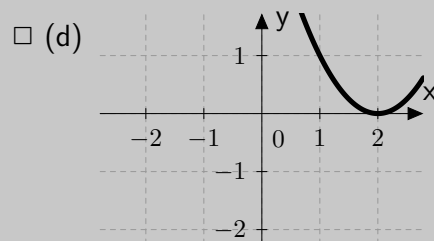
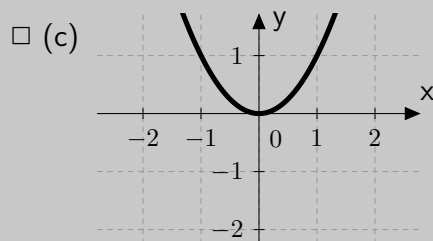
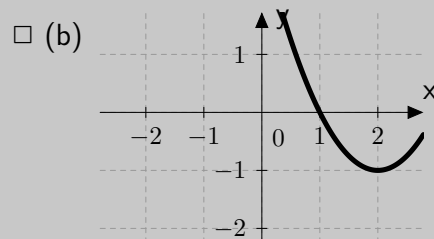
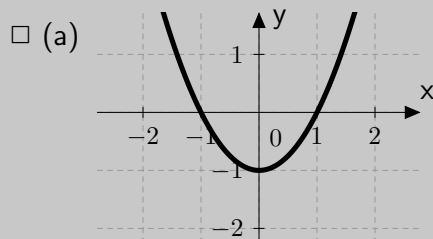
Vermerk: X4TP

Unten siehst du eine Funktion  $f$  (links) und ihre Ableitungsfunktion  $f'$  (rechts).



Die Funktion  $f$  wird um **zwei Einheiten nach rechts** und um **eine Einheit nach unten** verschoben.

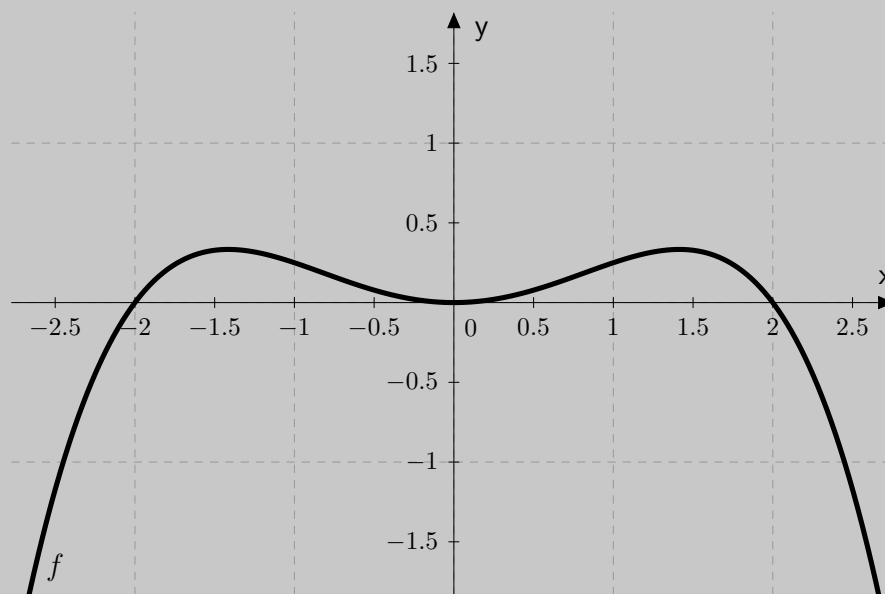
Welcher der folgenden Graphen stellt dann die **entsprechende Ableitungsfunktion der verschobenen Funktion** dar? Kreuze genau ein Kästchen an!



## Aufgabe 15/16

Vermerk: S3AB

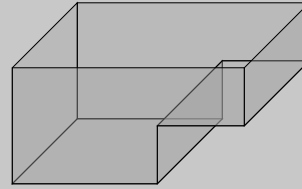
Skizziere in das abgebildete Koordinatensystem die Ableitungsfunktion  $f'$  der bereits dargestellten Funktion  $f$ .



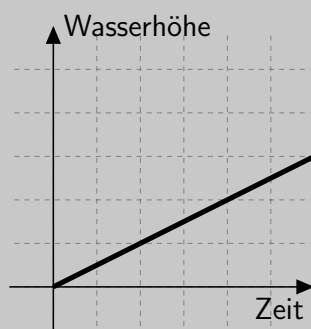
## Aufgabe 16/16

Vermerk: N1FR

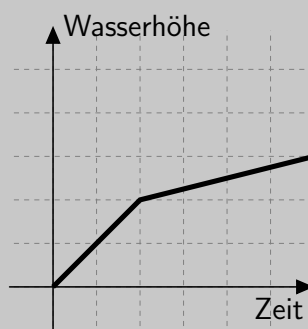
In das rechts abgebildete Schwimmbecken wird gleichmäßig Wasser eingelassen. Welcher der dargestellten Graphen passt dazu? Kreuze an!



(1) ☐



(2) ☐



(3) ☐

